1

A

(1)

運動量： mv

運動エネルギー： $\frac{1}{2}mv^2$

(2)

$F_A = \frac{mv}{t_A}$

解説

「車の運動量変化＝車が壁から受けた力積」

ここで力 F_A を大きさととらえ，右方向を正の向きとすると，

壁が車におよぼす力は $-F_A$

よって， $0 - mv = -F_A t_A \quad \therefore F_A = \frac{mv}{t_A}$

以降，右方向を正の向きとする。

(3)

$F_A d$

解説

「衝突前の車の運動エネルギー＋壁が車にした仕事＝静止した車の運動エネルギー」より，

$\frac{1}{2}mv^2 + F_A d\cos 180° = 0 \quad \therefore \frac{1}{2}mv^2 = F_A d$

(4)

$\frac{mgh}{d}$

解説

「高さ h の物体の運動エネルギー＋重力が物体にした仕事＝地表の物体の運動エネルギー」

より， $0 + mgh = \frac{1}{2}mv^2 \quad \therefore \frac{1}{2}mv^2 = mgh$

あるいは，力学的エネルギー保存則より， $0 + mgh = \frac{1}{2}mv^2 + 0 \quad \therefore \frac{1}{2}mv^2 = mgh$

また，(3)より $\frac{1}{2}mv^2 = F_A d$

よって， $F_A d = mgh \quad \therefore F_A = \frac{mgh}{d}$

B

(5)

$v\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

解説

力学的エネルギー保存則より,

$\dfrac{1}{2}mv^2+0=0+\dfrac{1}{2}kx_B{}^2 \quad \therefore x_B=v\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

あるいは,

「衝突前の車の運動エネルギー＋弾性力が車にした仕事＝静止した車の運動エネルギー」

より, $\dfrac{1}{2}mv^2-\dfrac{1}{2}kx_B{}^2=0 \quad \therefore x_B=v\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

(6)

$v\sqrt{km}$

解説

ばねが最も縮んだときだから, $F_B=kx_B$

これと $x_B=v\sqrt{\dfrac{m}{k}}$ より, $F_B=v\sqrt{km}$

(7)

$\dfrac{\pi}{2}\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

解説

車の変位の向きと車が受ける弾性力の向きは逆向きだから,

車が受ける弾性力は $-kx$ である。

よって, 車の変位を x, 車の加速度を a とすると,

車の運動方程式は $ma=-kx$ と表され,

これは周期 $2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$ の単振動運動を表す運動方程式である。

ばねが壁と接触したときの車の位置が振動中心, 車が静止した位置が振動端だから,

車が減速し始めてからその速度が最初に 0 になるまでの時間 t_B は $\dfrac{1}{4}$ 周期である。

よって, $t_B=\dfrac{1}{4}\times 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}=\dfrac{\pi}{2}\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

(8)

$F_{\mathrm{A}} < F_{\mathrm{B}}$

解説

$F_{\mathrm{A}} = \dfrac{mv}{t_{\mathrm{A}}}$， $t_{\mathrm{A}} = t_{\mathrm{B}} = \dfrac{\pi}{2}\sqrt{\dfrac{m}{k}}$ より，

$$F_{\mathrm{A}} = \frac{2}{\pi}\cdot v\sqrt{km} < v\sqrt{km} = F_{\mathrm{B}}$$

定性的には，

車が静止するまでに失う車の運動量は A の場合と B の場合で等しいから，

車が壁から受ける力積の大きさと車がばねから受ける力積の大きさは等しい。

F_{A} は一定だから，車が静止するまで壁から受ける力積の大きさは $F_{\mathrm{A}}t_{\mathrm{A}}$ である。

一方，弾性力は t の関数で表され， F_{B} はその最大値がだから， $t_{\mathrm{A}} = t_{\mathrm{B}} = \Delta t$ とすると，

$F_{\mathrm{A}}\Delta t < F_{\mathrm{B}}\Delta t$ となる。よって， $F_{\mathrm{A}} < F_{\mathrm{B}}$

また，このときの F_{A} は車がばねから受ける弾性力の大きさの平均値と等しい。

実際，弾性力の平均値を $\overline{F}$ とすると，

$$\overline{F} = \frac{\int_0^{\frac{T}{4}} F dt}{\frac{T}{4}}$$

$$= \frac{\int_0^{\frac{T}{4}} kx dt}{\frac{T}{4}}$$

$$= \frac{\int_0^{\frac{T}{4}} kx_{\mathrm{B}} \sin\frac{2\pi}{T} t dt}{\frac{T}{4}} \quad \left(\because x = x_{\mathrm{B}} \sin\frac{2\pi}{T} t\right)$$

$$= \frac{4kx_{\mathrm{B}}}{T}\cdot\frac{T}{2\pi}\left[-\cos\frac{2\pi}{T}t\right]_0^{\frac{T}{4}}$$

$$= \frac{2kx_{\mathrm{B}}}{\pi}$$

$$= \frac{2k}{\pi}\cdot v\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \left(\because x_{\mathrm{B}} = v\sqrt{\frac{m}{k}}\right)$$

$$= \frac{2}{\pi}\cdot v\sqrt{km}$$

より， $F_{\mathrm{A}} = \overline{F}$

2

(1)

$$C=\frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

解説

1 枚の金属板がつくる電界を $\vec{E}$，金属板に蓄えられた電荷を $Q(>0)$ とすると，

金属板の表面積は $2S$ だから，ガウスの法則より，$\left|\vec{E}\right|=\frac{Q}{\varepsilon_0\cdot 2S}$

よって，極板間の電界の大きさは，$2\left|\vec{E}\right|=\frac{Q}{\varepsilon_0\cdot S}$

ゆえに，極板間の電圧を V' とすると，$V'=\frac{Q}{\varepsilon_0\cdot S}d$　$\therefore Q=\frac{\varepsilon_0 S}{d}V'$

$Q=CV'$ より，$C=\frac{\varepsilon_0 S}{d}$

(2)

$$Q_0=\frac{\varepsilon_0 S}{d}V$$

解説

$Q_0=CV$，$C=\frac{\varepsilon_0 S}{d}$ より，$Q_0=CV=\frac{\varepsilon_0 S}{d}V$

(3)

$$\frac{Q_0 d}{\varepsilon_0 SR}$$

解説

$I=\frac{V}{R}$，$V=\frac{Q_0}{C}$，$C=\frac{\varepsilon_0 S}{d}$ より，電流を I とすると，$I=\frac{Q_0 d}{\varepsilon_0 SR}$

(4)

$$\frac{Q_0 d}{\varepsilon_0 SR}\Delta t$$

解説

金属板 A から出ていく電気量を ΔQ とすると，$\Delta Q=I\Delta t=\frac{Q_0 d}{\varepsilon_0 SR}\Delta t$

(5)

$$Q_0\left(1-\frac{d}{\varepsilon_0 SR}\Delta t\right)$$

解説

$$Q_1=Q_0-\Delta Q=Q_0-\frac{Q_0 d}{\varepsilon_0 SR}\Delta t=Q_0\left(1-\frac{d}{\varepsilon_0 SR}\Delta t\right)$$

(6)

$$\frac{Q_1 d}{\varepsilon_0 SR}$$

解説

$t=\Delta t$ における極板間の電位差を V_1，抵抗を流れる電流を I_1 とすると， $I_1=\dfrac{V_1}{R}$

これと $V_1=\dfrac{Q_1}{C}$， $C=\dfrac{\varepsilon_0 S}{d}$ より， $I_1=\dfrac{Q_1 d}{\varepsilon_0 SR}$

(7)

$$Q_0\left(1-\frac{d}{\varepsilon_0 SR}\Delta t\right)^2$$

解説

求める電気量を Q_2 とすると，

$t=\Delta t$ から $t=2\Delta t$ にかけて失われる電気量は $I_1(2\Delta t-\Delta t)=I_1\Delta t$

これと $t=\Delta t$ における金属板 A 上の電気量が Q_1 であることから，

$$Q_2=Q_1-I_1\Delta t=Q_1-\frac{dQ_1}{\varepsilon_0 SR}\Delta t=Q_1\left(1-\frac{d}{\varepsilon_0 SR}\Delta t\right)=Q_0\left(1-\frac{d}{\varepsilon_0 SR}\Delta t\right)^2$$

(8)

$$Q_0\left(1-\frac{d}{\varepsilon_0 SR}\Delta t\right)^n$$

解説

$t=n\Delta t$ のときの金属板 A 上の電気量を Q_n とすると，

$V_n=\dfrac{Q_n}{C}$， $C=\dfrac{\varepsilon_0 S}{d}$， $I_n=\dfrac{V_n}{R}$ より， $I_n=\dfrac{Q_n d}{\varepsilon_0 SR}$

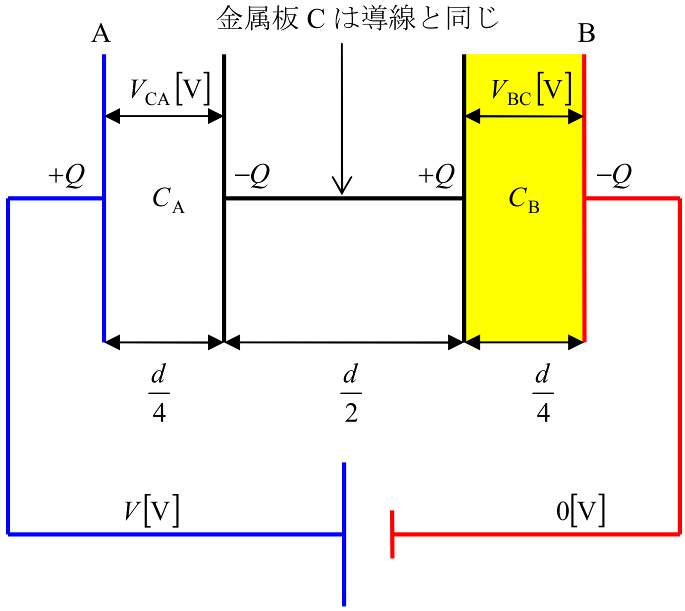
よって， $Q_{n+1}=Q_n-I_n\Delta t=Q_n\left(1-\dfrac{d}{\varepsilon_0 SR}\right)$

$$\therefore Q_n=Q_0\left(1-\frac{d}{\varepsilon_0 SR}\Delta t\right)^n$$

(9)

$$\frac{4\varepsilon_r\varepsilon_0 SV}{(\varepsilon_r+1)d}$$

解説



コンデンサーの合成容量を C_T とすると，

$$\frac{1}{C_T}=\frac{1}{C_A}+\frac{1}{C_B}$$ より，

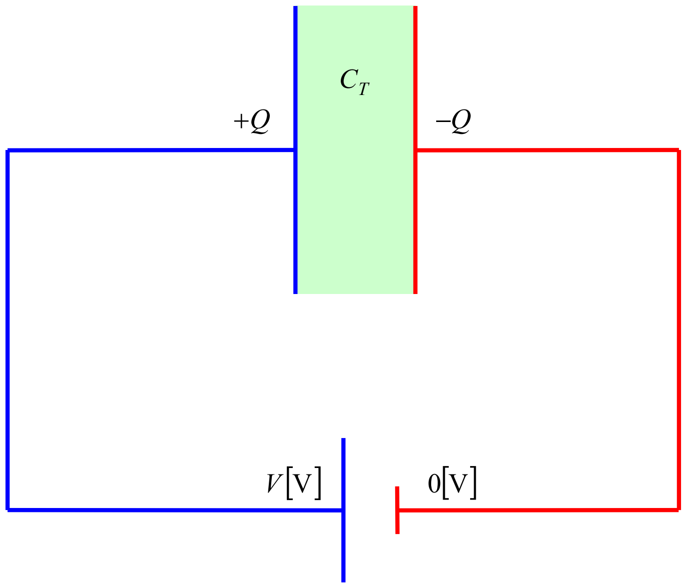
$$C_T=\frac{C_A C_B}{C_A+C_B}$$

$$=\frac{\frac{4\varepsilon_0 S}{d}\cdot\frac{4\varepsilon_0\varepsilon_r S}{d}}{\frac{4\varepsilon_0 S}{d}+\frac{4\varepsilon_0\varepsilon_r S}{d}}$$

$$=\frac{\frac{4\varepsilon_0 S}{d}\cdot\frac{4\varepsilon_0\varepsilon_r S}{d}}{\frac{4\varepsilon_0 S(1+\varepsilon_r)}{d}}$$

$$=\frac{4\varepsilon_0\varepsilon_r S}{d(1+\varepsilon_r)}$$

$$\therefore Q=C_T V=\frac{4\varepsilon_0\varepsilon_r S}{d(1+\varepsilon_r)}V$$



(10)

$$\frac{4\varepsilon_r}{d(1+\varepsilon_r)}V$$

解説

$$V_{\mathrm{CA}}=\frac{Q}{C_{\mathrm{A}}}=\frac{\dfrac{4\varepsilon_0\varepsilon_r S}{d(1+\varepsilon_r)}V}{\dfrac{4\varepsilon_0 S}{d}}=\frac{\varepsilon_r}{1+\varepsilon_r}V$$

AC 間の電界の強さを E_{CA} とすると， $E_{\mathrm{CA}}=\dfrac{V_{\mathrm{CA}}}{\dfrac{d}{4}}=\dfrac{4\varepsilon_r}{d(1+\varepsilon_r)}V$

(11)

$$\frac{1}{1+\varepsilon_r}V$$

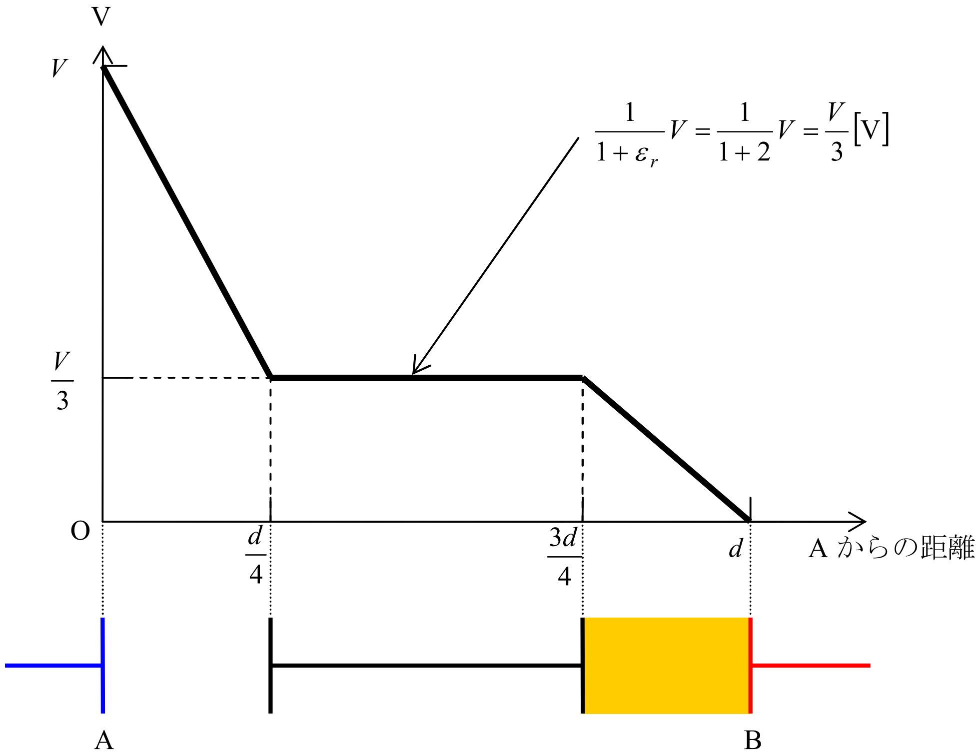
解説

金属板 B，C の電位を，それぞれ V_{B}， V_{C} とすると， $V_{\mathrm{BC}}=V_{\mathrm{C}}-V_{\mathrm{B}}$

これと $V_{\mathrm{B}}=0$ より， $V_{\mathrm{BC}}=V_{\mathrm{C}}$

また， $V_{\mathrm{CA}}+V_{\mathrm{BC}}=V$ より， $V_{\mathrm{BC}}=V-V_{\mathrm{CA}}$

$$\therefore V_{\mathrm{C}}=V-V_{\mathrm{CA}}=V-\frac{\varepsilon_r}{1+\varepsilon_r}V=\frac{1}{1+\varepsilon_r}V$$



3

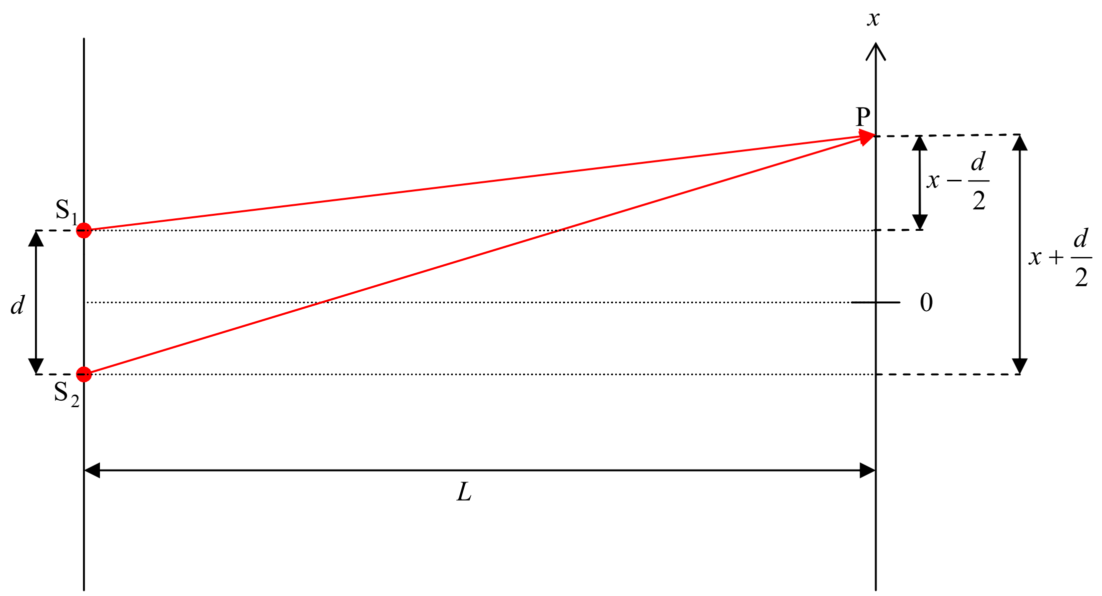
(1)

$\mathrm{S_1P} - \mathrm{S_2P} = d\sin\theta$

解説

光路差の求め方 3 参照

光路差の求め方



点 P の座標を x とする。

光路差の求め方 1

三平方の定理より，

$$\mathrm{S_2P}^2 - \mathrm{S_1P}^2 = \left\{L^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2\right\} - \left\{L^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2\right\}$$
$$= 2dx$$

また，

$$\mathrm{S_2P}^2 - \mathrm{S_1P}^2 = (\mathrm{S_2P} + \mathrm{S_1P})(\mathrm{S_2P} - \mathrm{S_1P})$$
$$\approx 2L(\mathrm{S_2P} - \mathrm{S_1P}) \quad (\because L >> x)$$

よって，$2dx \approx 2L(\mathrm{S_2P} - \mathrm{S_1P})$

$$\therefore \mathrm{S_2P} - \mathrm{S_1P} = \frac{dx}{L}$$

光路差の求め方 **2**：近似式の利用

$(1+x)^n$ において，$x \approx 0$ のとき，$(1+x)^n \approx 1+nx$ となることを利用

三平方の定理より，

$$\mathrm{S_2P} = \left\{ L^2 + \left(x + \frac{d}{2} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$= L\left\{ 1 + \left(\frac{x + \frac{d}{2}}{L} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

ここで，$x + \dfrac{d}{2} << L$ より，$\left(\dfrac{x + \frac{d}{2}}{L} \right)^2 \approx 0$

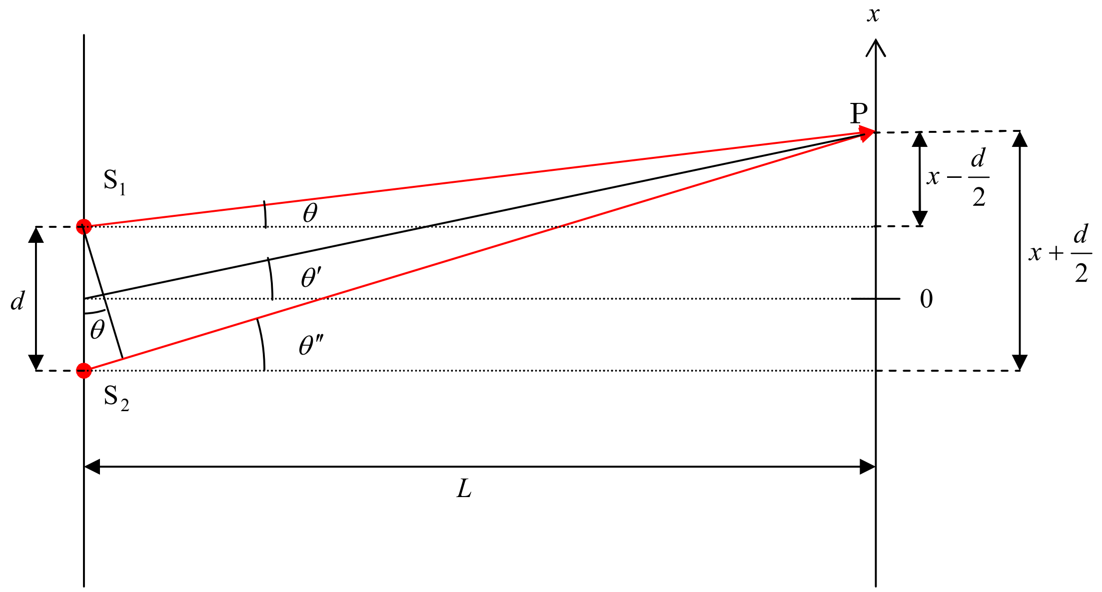
よって，$\mathrm{S_2P} \approx L\left\{ 1 + \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{x + \frac{d}{2}}{L} \cdot \right)^2 \right\}$

同様に，

$$\mathrm{S_1P} \approx L\left\{ 1 + \frac{1}{2}\left(\frac{x - \frac{d}{2}}{L} \cdot \right)^2 \right\}$$

$$\therefore \mathrm{S_2P} - \mathrm{S_1P} \approx \frac{dx}{L}$$

光路差の求め方 **3**



$S_2P - S_1P = d\sin\theta$

点 P の座標を x とすると，$L >> |x|$ より，$S_2P\,//\,S_2P$ としてよいから，$\theta \approx \theta'' \approx \theta' \approx 0$

よって，$\sin\theta \approx \sin\theta' \approx \tan\theta' = \dfrac{dx}{L}$　　$\therefore S_2P - S_1P \approx \dfrac{dx}{L}$

(2)

$\sin\theta = \dfrac{n\lambda}{d}$

解説

光路差 $S_2P - S_1P = n\lambda$ であればよい。

これと $S_2P - S_1P = d\sin\theta$ より，$d\sin\theta = n\lambda$　　$\therefore \sin\theta = \dfrac{n\lambda}{d}$

(3)

$S_1P - S_3P = 2d\sin\theta$

解説

$S_1S_3 = 2d$ より，$S_1P - S_3P = 2d\sin\theta$

(4)

$\sin\theta = \dfrac{n\lambda}{2d}$

解説

(2)と同様にして，$2d\sin\theta = m\lambda$　　$\therefore \sin\theta = \dfrac{n\lambda}{2d}$

光源の光波の振幅を A とする。

(5)

明線の位置について

θ は十分小さいから，$\sin\theta \approx \tan\theta = \dfrac{x}{l}$ としてよい。

これと明線条件 $\sin\theta = \dfrac{n\lambda}{d}$ より，$\dfrac{x}{l} = \dfrac{n\lambda}{d}$ $\quad \therefore x = \dfrac{l}{d}\cdot n\lambda$

3 本の明線の位置 x は，$n = 0,1,2$ のときで，$x = \mathrm{O}, \dfrac{l}{d}\lambda, \dfrac{2l}{d}\lambda$

また，このとき 2 つの光波は強め合うから，振幅は $2A$ となる。

暗線の位置について

同様に，暗線条件 $\sin\theta = \dfrac{\left(n+\frac{1}{2}\right)\lambda}{d}$ より，$\dfrac{x}{l} = \dfrac{\left(n+\frac{1}{2}\right)\lambda}{d}$ $\quad \therefore x = \dfrac{l}{d}\left(n+\dfrac{1}{2}\right)\lambda$

よって，暗線の位置 x は，$n = 0,1,2$ のときで，$x = \dfrac{l}{2d}\lambda, \dfrac{3l}{2d}\lambda, \dfrac{5}{2d}\lambda$

また，このとき 2 つの光波が打ち消しあうから，振幅は 0 となる。

以上より，

$x = \mathrm{O}, \dfrac{l}{d}\lambda, \dfrac{2l}{d}\lambda$ のとき明るさが極大，$x = \dfrac{l}{2d}\lambda, \dfrac{3l}{2d}\lambda, \dfrac{5}{2d}\lambda$ のとき明るさが 0 で極小。

これをグラフにすればよい。

回折波の合成と振幅について

スリット S_2 からの光波の点 P における単振動を表す式を $y_2 = A\sin\omega t$ とすると，

スリット S_1 からの光波の点 P における単振動を表す式は，

スリット S_1 からの光波の光路が S_2 からのより $d\sin\theta \approx d\tan\theta = \dfrac{dx}{l}$ 長いため，

点 P に光波が到着する時刻が S_2 からのより $\dfrac{dx}{cl}$ （c は光の速さ）遅れることから，

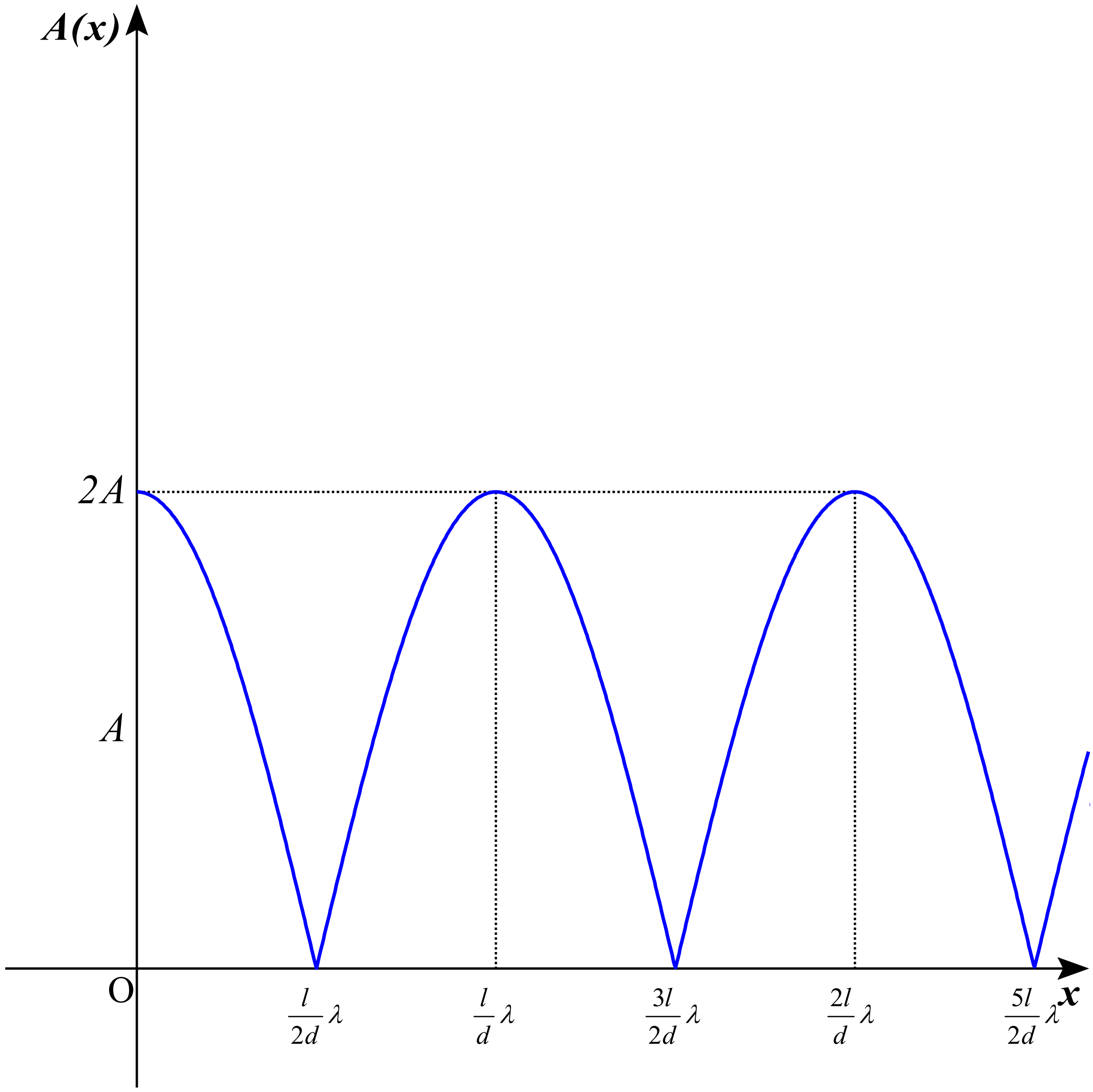
その変位を y_1 とすると，$y_1 = A\sin\omega\left(t - \dfrac{dx}{cl}\right)$

よって，点 P における合成波の変位を Y とすると，

$$
\begin{aligned}
Y &= y_1 + y_2 \\
&= A\sin\omega\left(t - \frac{dx}{cl}\right) + A\sin\omega t \\
&= 2A\cos\frac{\omega dx}{2cl}\sin\omega\left(t - \frac{dx}{2cl}\right)
\end{aligned}
$$

よって，その振幅と位置 x の関係は，$A(x)=2A\left|\cos\dfrac{\omega dx}{2cl}\right|$ となる。

これと $\dfrac{\omega dx}{2cl}=\dfrac{2\pi f dx}{2\lambda fl}=\dfrac{\pi d}{\lambda l}x$ より，$A(x)=2A\left|\cos\dfrac{\pi d}{\lambda l}x\right|$



$x=0,\ \dfrac{l}{d}\lambda,\ \dfrac{2l}{d}\lambda$ で明るさが同じ極大値（振幅 $2A$ に相当する明るさ）をとり、

$x=\dfrac{l}{2d}\lambda,\ \dfrac{3l}{2d}\lambda$ で明るさが極小値 0 をとるようにグラフを描けばよい。

(6)

(5)と同様にして，

明線の位置について

$x=\frac{l}{2d}\cdot n\lambda$ より，3 本の明線の位置は $x=\mathrm{O}, \frac{l}{2d}\lambda, \frac{l}{d}\lambda$，振幅は $2A$

暗線の位置について

$x=\frac{l}{2d}\left(n+\frac{1}{2}\right)\lambda$ より，3 本の暗線の位置は $x=\frac{l}{4d}\lambda, \frac{3l}{4d}\lambda, \frac{5}{4d}\lambda$，振幅は 0

以上より，

明るさが $x=\mathrm{O},\ \frac{l}{2d}\lambda,\ \frac{l}{d}\lambda$ で極大，$x=\frac{l}{4d}\lambda,\ \frac{3l}{4d}\lambda, \frac{5l}{4d}\lambda$ で極小となるように

グラフを描けばよい。

回折波の合成と振幅について

スリット S_2 からの光波の点 P における単振動を表す式を $y_2=A\sin\omega t$ とすると，

スリット S_1 からの光波の点 P における単振動を表す式は,

その変位を y_1 とすると，$y_1=A\sin\omega\left(t-\frac{dx}{cl}\right)$

同様に，スリット S_1 からの光波の点 P における単振動を表す式は,

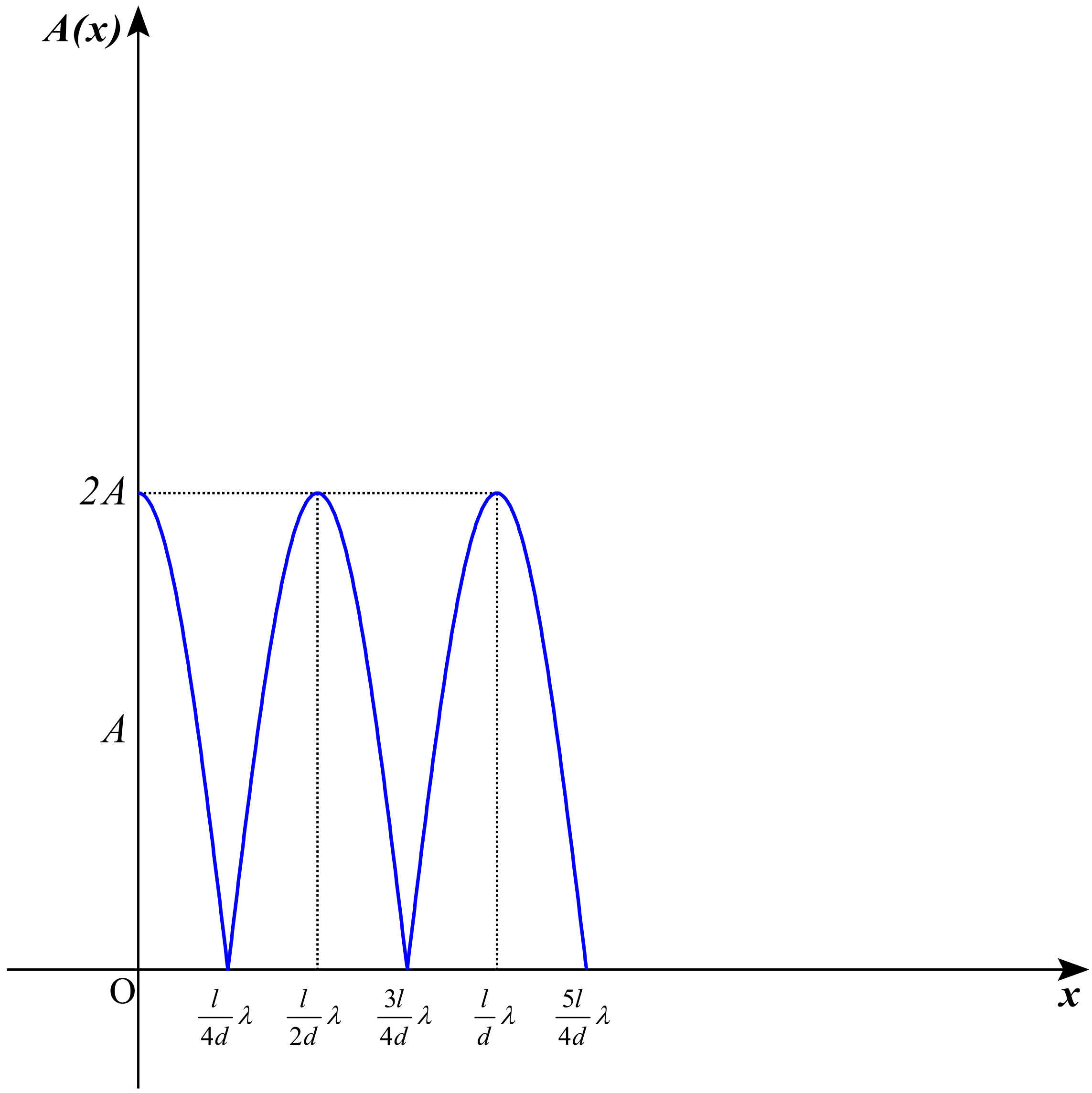
その変位を y_3 とすると，$y_3=A\sin\omega\left(t+\frac{dx}{cl}\right)$

よって，点 P における合成波の変位を Y とすると，

$$
\begin{aligned}
Y&=y_1+y_3\\
&=A\sin\omega\left(t-\frac{dx}{cl}\right)+A\sin\omega\left(t+\frac{dx}{cl}\right)\\
&=2A\cos\frac{\omega dx}{cl}\sin\omega t
\end{aligned}
$$

よって，その振幅と位置 x の関係は，$A(x)=2A\left|\cos\frac{\omega dx}{cl}\right|$ となる。

これと $\frac{\omega dx}{cl}=\frac{2\pi f dx}{\lambda f l}=\frac{2\pi d}{\lambda l}x$ より，$A(x)=2A\left|\cos\frac{2\pi d}{\lambda l}x\right|$


A(x)
2A
A
O
x
$\frac{l}{4d}\lambda$
$\frac{l}{2d}\lambda$
$\frac{3l}{4d}\lambda$
$\frac{l}{d}\lambda$
$\frac{5l}{4d}\lambda$

(7)

S_1＋S_2：明線の位置 $x=\frac{l}{d}\cdot n\lambda$，暗線の位置 $x=\frac{l}{d}\left(n+\frac{1}{2}\right)\lambda$

S_1＋S_3：明線の位置 $x=\frac{l}{2d}\cdot n\lambda$，暗線の位置 $x=\frac{l}{2d}\left(n+\frac{1}{2}\right)\lambda$

より，

x	O	$\frac{l}{4d}\lambda$	$\frac{l}{2d}\lambda$	$\frac{3l}{4d}\lambda$	$\frac{l}{d}\lambda$
S_1+S_2	明		暗		明
S_1+S_3	明	暗	明	暗	明

よって，明るさが極大となる位置は，$x=\mathrm{O},\frac{l}{2d}\lambda,\frac{i}{d}\lambda$ であり，

$x=\mathrm{O},\frac{l}{d}\lambda$ では，回折波がすべて強めあうので，最も明るい。

$x=\frac{l}{2d}\lambda$ では，2 つの回折波が打ち消し合うことにより，1 つの回折波の明るさになる。

回折波の合成と振幅について

$$
\begin{aligned}
Y&=y_1+y_2+y_3\\
&=A\sin\omega\left(t-\frac{dx}{cl}\right)+A\sin\omega t+A\sin\omega\left(t+\frac{dx}{cl}\right)\\
&=A\sin\omega t+2A\cos\frac{\omega dx}{cl}\sin\omega t\\
&=A\left(1+2\cos\frac{\omega dx}{cl}\right)\sin\omega t
\end{aligned}
$$

よって，合成波の振幅と位置の関係は，

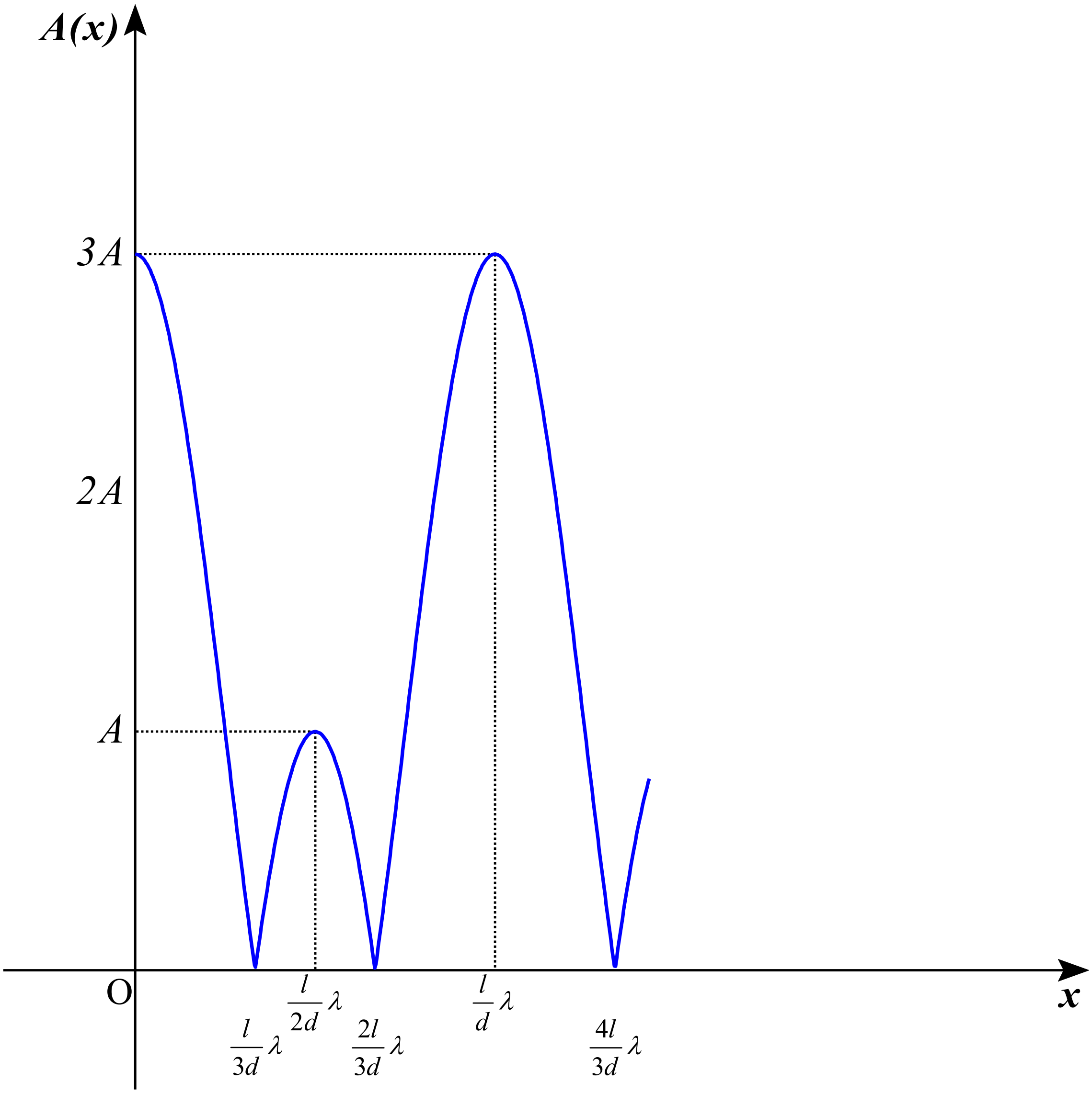
$$A(x)=A\left|1+2\cos\frac{\omega dx}{cl}\right|$$

これと $\frac{\omega dx}{cl}=\frac{2\pi f dx}{\lambda f l}=\frac{2\pi d}{\lambda l}x$ より，

$$A(x)=A\left|1+2\cos\frac{2\pi d}{\lambda l}x\right|$$

これより，

	明	暗	明	暗	明
x	O	$\frac{l}{3d}\lambda$	$\frac{l}{2d}\lambda$	$\frac{2l}{3d}\lambda$	$\frac{l}{d}\lambda$
振幅	$3A$	0	A	0	$3A$


$A(x)$
$3A$
$2A$
A
O
x
$\frac{l}{3d}\lambda$
$\frac{l}{2d}\lambda$
$\frac{2l}{3d}\lambda$
$\frac{l}{d}\lambda$
$\frac{4l}{3d}\lambda$